

Jadrá nezafarbitelných kubických grafov (Cores of uncolourable cubic graphs)

Meno: Tomáš Vician

Meno školitela: RNDr. Ján Mazák, PhD.

Motivácia

- Vytvorenie databázy požadovaných grafov
- Skúmanie vlastností
- Napríklad problém dvojitého pokrytia cyklami (triv. pre zafarbitel'né)
(Jaeger, F. (1985), "A survey of the cycle double cover conjecture")
- Jadrá: zbavíme sa redukovateľnosti a redundancie

Hľadané grafy

– **Kubické** (aj s násobnými hranami a slučkami)

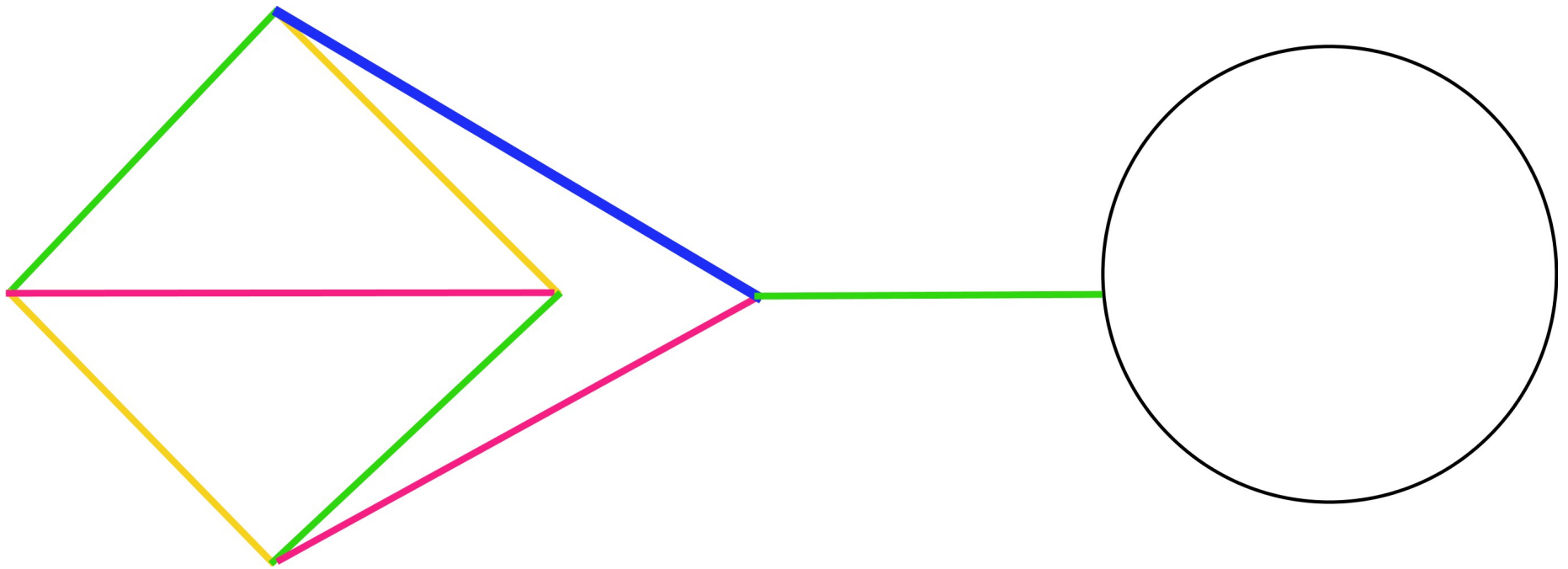
– **Hranovo nezafarbitel'né** (3 farbami)

NP-úplný problém

= Snarky (triviálne aj netriviálne)

– **Jadrá** (minimálny podgraf)

Jednoduchý nezafarbitelný graf



Princíp fungovania

- Generovanie grafov

- Postupné generovanie (z malých väčšie)

Aplikovaním funkcií:

- Inverzných k dekompozičným funkciám snarkov

- Vstup: 1 graf
- Vstup: 2 grafy => pomocná databáza zafarbitelných grafov

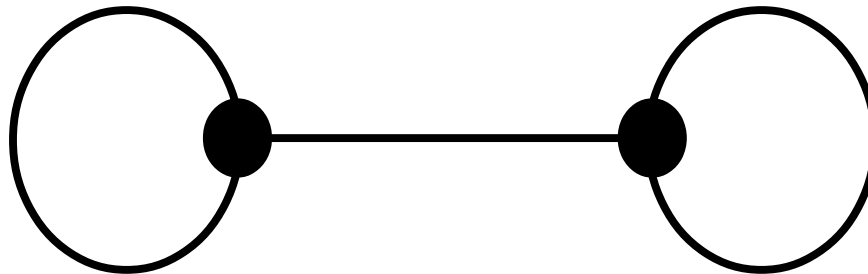
- Pridanie netriviálnych snarkov

- Výpočet jadier

Beh programu

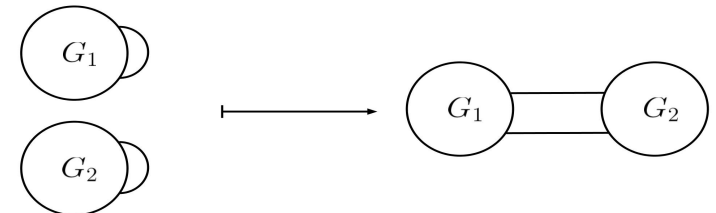
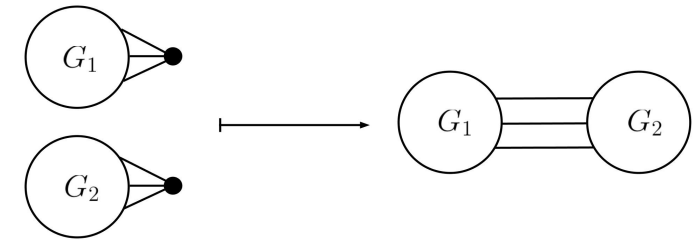
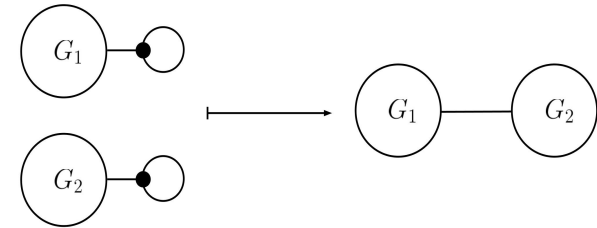
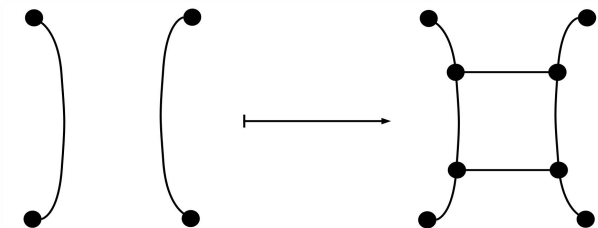
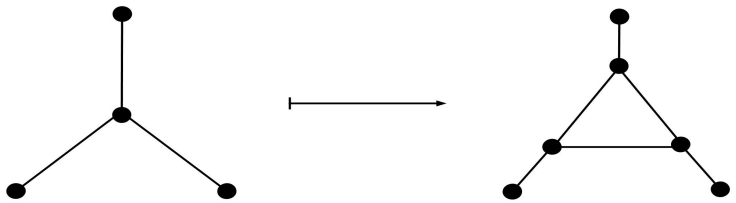
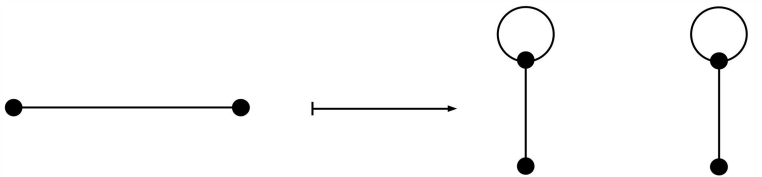
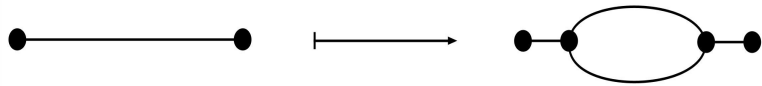
- Vytvorenie pomocnej databázy zafarbitelných grafov (Genreg)
- Zadefinovanie iniciálneho grafu
- Iteratívne generovanie triviálnych grafov
 - Ukladanie s kontrolou (Nauty)
 - duplicity (kanonické tvary) ← šetrenie
 - zafarbitelnosti (SAT-solver) ← korektnosť
- Pridanie netriviálnych grafov
- Hľadanie jadier

- Generovanie grafov
 - Inicializačný graf



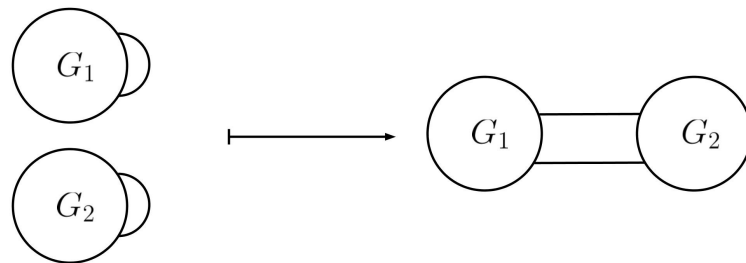
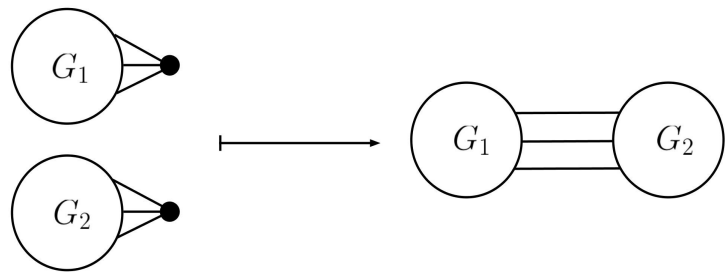
- Generovanie grafov

- Inverzné funkcie k dekompozičným funkciám snarkov



- Generovanie grafov

- Použitie zafarbitelných grafov pri skladaní



- Pridanie netriviálnych grafov

- Skompletizuje sa databáza snarkov

- Hľadanie jadier

- Máme množinnu snarkov (triv. aj netriv.) do daného počtu vrcholov
- Spustíme algoritmus hľadania jadier postupne na všetky grafy
 - Pri ich ukladaní tiež kontrolujeme duplicitu

- Hľadanie jadier

- Algortmus na hľadanie jadier

- Odstránenie násobných hrán a slučiek

- Skopíruje sa graf

- Kontrola zafarbiteľnosti

- Ak nie je zafarbiteľný (else **return**)

- Pre všetky hrany **e**:

- Rekurzívne sa zavolá funkcia na daný graf bez hrany **e**

- Ak sú všetky podgrafy zafarbiteľné, našli sme **jadro**

- Príliš veľa volaní kontroly zafarbiteľnosti => pomalé

DIMACS CNF (pre SAT-solver)

- (x(1) OR (NOT x(3)))
AND
(x(2) OR x(3) OR (NOT x(1)))
- Vstup pre SAT solver:
p cnf 3 2
1 -3 0
2 3 -1 0

- DIMACS CNF – zafarbitelnost' hrany 1 - 2

– Vstup pre SAT solver:

p cnf 6 11

1 2 3 0

-2 -3 0 -1 -3 0 -1 -2 0

4 4 6 0

-5 -6 0 -4 -6 0 -4 -5 0

-1 -4 0 -2 -5 0 -3 -6 0

Štatistické dáta

Počet vrcholov	Počet grafov	Čas
2	1	manuálne
4	3	0.16s
6	15	1.54s
8	74	14.60s
10	436	150.02s

Počet vrcholov	Počet jadier	Čas
2	0	
4	1	0.16
6	6	1.54

Petersenov graf - 75 s cca.

Možné zlepšenia

- Silnejší hardware
- Lepšia integrácia rôznych softwarových komponentov
- Pri malých grafov vlastný algoritmus na kontrolu zafarbitelnosti
- Implementovať hľadanie jadier cez SAT

Otázky

- Možnosť overenia správnosti algoritmov
 - napr.
- generovanie malej množiny grafov hrubou silou

Ďakujem za pozornosť