



Katedra informatiky
Fakulta Matematiky, Fyziky a Informatiky
Univerzita Komenského, Bratislava

1-FAKTORIZÁCIE NA HYPERKOCKÁCH A STAR GRAFOCH

diplomová práca

Matúš Kókai

Vedúci : doc. RNDr. Rastislav Královič, PhD.

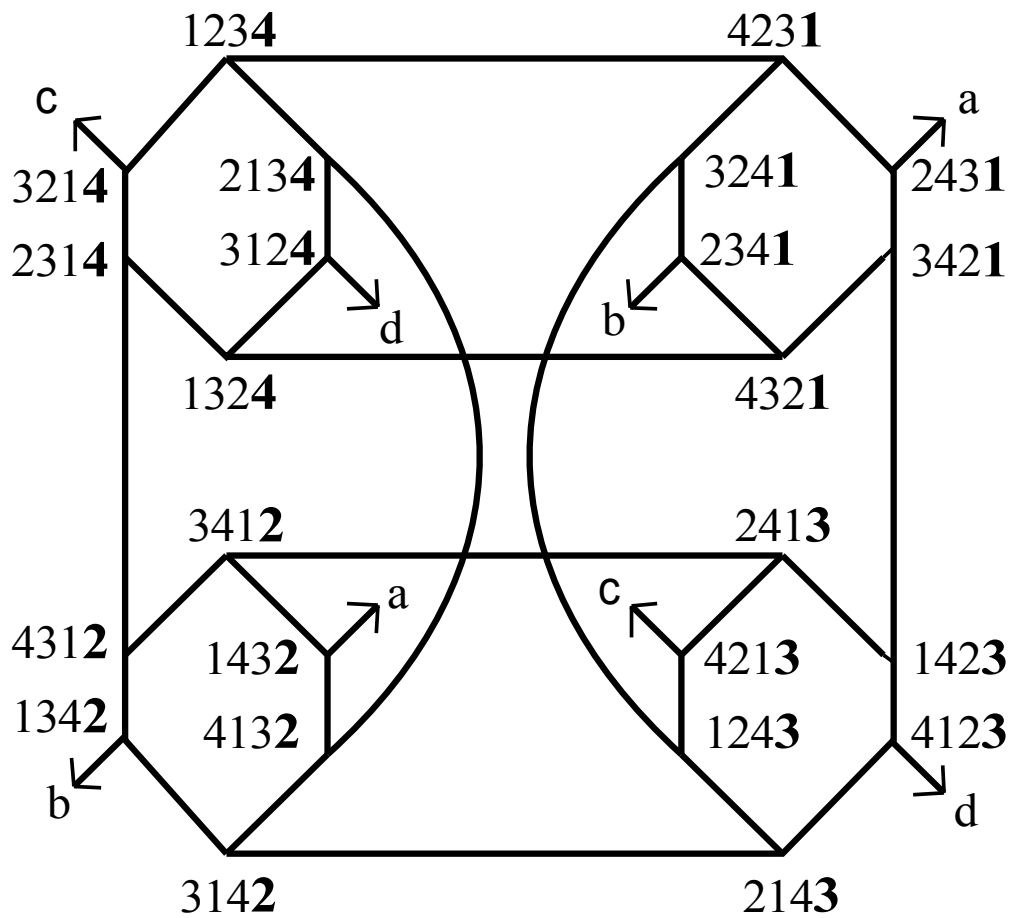
Definície

- **1-faktorizácia** : rozklad množiny hrán grafu na perfektné párovania, t.j. 1-faktory
- **perfektná 1-faktorizácia** : zjednotením každých dvoch rôznych 1-faktorov vznikne Hamiltonovská kružnica
- **semi-perfektná 1-faktorizácia** : zjednotením prvého a každého iného 1-faktora vznikne Hamiltonovská kružnica

Definície

- ***n*-dimenzionálna hyperkocka Q_n** :
 - vrcholy tvoria binárne vektory dĺžky n
 - dva vrcholy sú spojené, ak sa ich vektory líšia práve v jednom bite
- ***star graf rádu n* S_n** :
 - vrcholy sú prvky symetrickej grupy S_n
 - hrany reprezentujú akcie generátorov $\xi(1,i) \mid i=2..n$
- silne hierarchické, vrcholovo a hranovo symetrické

Star graf S_4



Cieľ

- návrh algoritmov generujúcich neizomorfné (semi)perfektné 1-faktorizácie na hyperkockách a star grafoch, a ich následná optimalizácia heuristickými metódami
- vyčíslenie (zodpovedanie otázok existencie) 1-faktorizácií na uvažovaných grafoch nižších dimenzií, ako aj vyslovenie predpokladov o existencii pre dimenzie vyššie

Iné dosiahnuté výsledky

- kompletne grafy K_n :
 - Kotzigova hypotéza
 - K_{12} 526 915 620 neizomorfných, 5 perfektných
 - $K_{14} \approx 10^{18}$ neizomorfných, 23 perfektných
- hyperkocky Q_n :
 - Craftova hypotéza
- existencia semi-perfektných 1-faktorizácií : Q_{2n+1} , K_{2n} ,
 $T_{2n} \times T_{2n}$

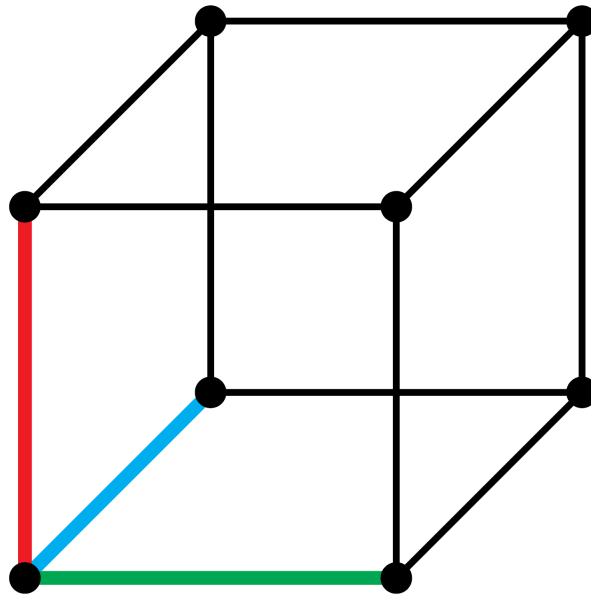
Môj prínos

- 4 algoritmy
 - založené na klasickom backtracku
 - spôsoby prehládávania grafu : DFS a BFS
 - 2 rôzne prístupy ku generovaniu 1-faktorizácií :
 - vrchol po vrchole
 - faktor po faktore
- implementácia heuristík a experimentálne testovanie
- konkrétne dosiahnuté výsledky a vyslovenie predpokladov

Uvažované heuristiky

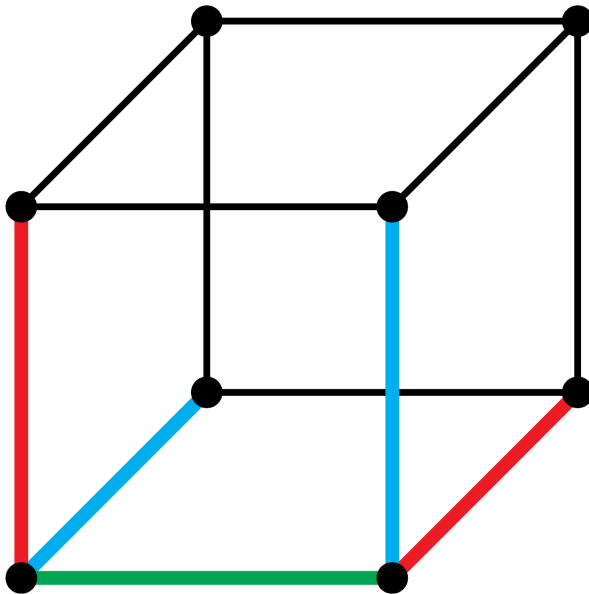
- vhodné 1-faktorizácie
- test na identickosť
- test na (semi)perfektnosť
- d-tabuľka
- paralelizmus
- test na izomorfizmus

Vhodné 1-faktORIZÁCIE

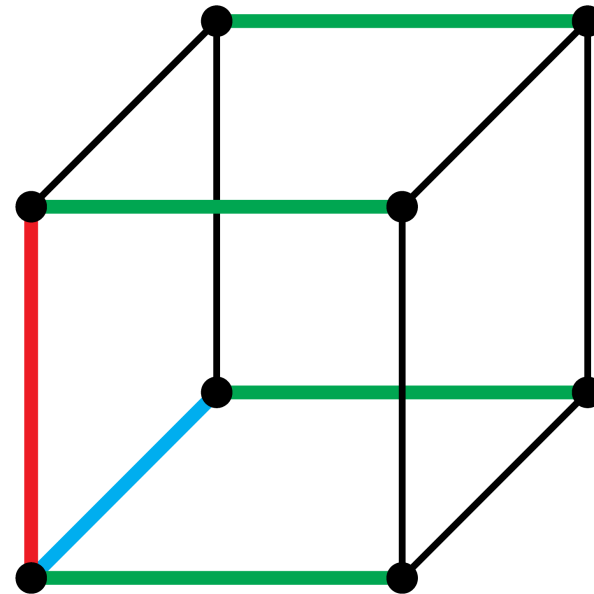


Generovanie 1-faktorizácií

vrchol po vrchole



faktor po faktore



Experimentálne testovanie

- na grafoch Q_3 , Q_4 , Q_5 , S_4 a S_5
- v algoritmoch sú v rôznych bodoch volané rôzne kombinácie heuristických metód
- zložitosť miery výpočtu:
 - časová
 - počet volaní heuristik
 - počet vylúčených čiastočných výsledkov
 - potreba dodatočnej vzájomnej komunikácie vetiev stromu výpočtu

Dosiahnuté výsledky

- Q_4
 - 1840 vhodných
 - 35 navzájom neizomorfných
 - 1 semi-perfektná
- S_4
 - 84 vhodných
 - 9 navzájom neizomorfných
 - ani jedna semi-perfektná
- neexistencia perfektnej 1-faktorizácie na Q_3 , Q_4 a Q_5 implikuje domnienku o neexistencii vo vyšších dimenziách
- žiadna semi-perfektná pri prehládaní väčšej časti grafu S_5
- S_4 spolu s S_5 implikuje domnienku o neexistencii semi-perfektnej na star grafoch (okrem S_3)

Implementácia algoritmov a testovací program

- optimalizácia v rámci implementácie
- jazyk C++
- Nauty ver. 2.2
- prostredie unix/linux
- testovací program pre Q_4 a S_4

Ďalšie rozšírenie práce

- implementácia algoritmov pre iné triedy grafov
- ďalšie metódy testovania izomorfizmu
- dlhší výpočet potvrdzujúci / vyvracajúci vyslovené predpoklady

Ďakujem za pozornosť.